

Exercice n°1 (10 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x - 1)^2$

1) a) Tracer la courbe représentative C_f de f dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j})

b) Résoudre graphiquement l'équation : $x^2 - 2x = 0$

2) Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^2 - 2x$ et C_g sa courbe représentative dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})

a) Montrer que C_g est l'image de C_f par la translation de vecteur $(-1, -1)$.

b) Construire C_g .

3) Soit Δ la droite d'équation : $y = x$

a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C_g et Δ

b) Résoudre graphiquement $x^2 - 2x < x$

4) Soit $h(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \in]-\infty, 0] \\ g(x) & \text{si } x \in [0, +\infty[\end{cases}$

a) Construire la courbe représentative Ch de h dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})

b) Déduire les variations de h

c) Déterminer graphiquement l'ensemble des réels m tel que l'équation $h(x) = m$ admet 3 solutions.

Exercice n°2 (3 points)

Soit un triangle ABC tel que $\sin B = 2 \sin C \cos A$

1) Montrer que $AC = 2 AB \cos A$

2) En déduire que le triangle ABC est isocèle en B .

Exercice n°3 (7 points)

Soit $f(x) = \sqrt{3} \cos^2 x - \cos x \sin x$ pour $x \in [0, \pi]$

1) Calculer $f(\pi)$ et $f(\frac{3\pi}{4})$

2) a) Montrer que $f(\pi - x) + f(\frac{\pi}{2} - x) = \sqrt{3}$

b) En déduire la somme $f(\frac{7\pi}{8}) + f(\frac{3\pi}{8})$

3) Montrer que pour tout $x \in [0, \pi] \setminus \{\frac{\pi}{2}\}$: $f(x) = \frac{\sqrt{3} - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$